Procedimientos selectivos para ingreso mediante oposición libre y accesos al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria, y procedimientos para la adquisición de nuevas especialidades por los funcionarios del citado Cuerpo.
Madrid 2012

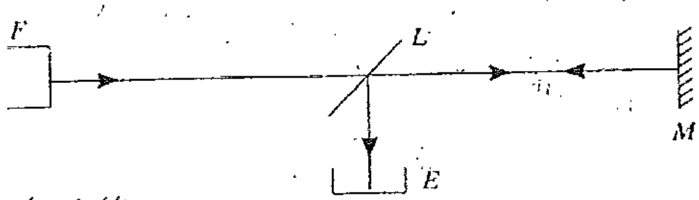
FÍSICA

1. Sobre la garganta de una polea de radio R se coloca un hilo flexible de longitud $l+\pi R$ de densidad ρ. En los extremos del hilo cuelgan dos masas M y M'. La mayor de ellas M', se encuentra, al principio, en su posición más alta ($x = 0$, medida desde el diámetro horizontal de la polea) y desciende hasta su posición más baja ($x = l$), a la que llega con una velocidad v. Calcular, en función de la posición de la masa M':
   a) La aceleración suponiendo que la polea no tiene masa ni existe rozamiento en ella.
   b) La velocidad y las tensiones del hilo en los puntos extremos A y B del diámetro horizontal de la polea. ¿Cuál es el valor de la velocidad v con que la masa M' llega a su posición más baja?

2. Un solenoide largo y estrecho, de sección S, longitud l y N espiras tiene una autoinducción L y una resistencia R. Si está colocado en una región donde existe un campo magnético de intensidad $B = B_0 \cos \omega t$ en la dirección del eje del solenoide y la frecuencia ω es lo suficientemente baja para considerar que las corrientes son lentamente variables, calcúlese:
   a) La corriente inducida en el solenoide, así como el flujo total que lo atraviesa.
   b) Lo mismo en el caso en que la resistencia R del solenoide sea despreciable frente a $L\omega$

3. Consideremos el esquema representado en la figura. En él una fuente laser F emite un haz (que supondremos, por sencillez, plano) de frecuencia angular ω_o, el cual se refleja en el espejo plano M y es recogido finalmente por un espectroscopio E. Hallar la frecuencia ω medida por E en los tres casos siguientes:
   a) El espejo M se aleja con velocidad v de la fuente en la dirección de propagación del haz (E y F se mantienen fijos).
   b) La fuente laser se aleja con velocidad v de M en la dirección de propagación del haz (E y M se mantienen fijos).
   c) El espectroscopio E se aleja con velocidad v de la lámina semireflectante L en la dirección de propagación del haz (F y M se mantienen fijos).

   Considerar las dos soluciones: $v << c$ y v relativista



Procedimientos selectivos para ingreso mediante oposición libre y accesos al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria, y procedimientos para la adquisición de nuevas especialidades por los funcionarios del citado Cuerpo.
Madrid 2012

QUÍMICA

1. Se pretende determinar la composición de una mezcla constituida por carbonato de sodio, hidrógeno carbonato de sodio e impurezas inertes. Se toma una muestra de 1,2 gramos de dicha mezcla y se disuelve en agua, a continuación se valora en frío con HCl 0,500 M. Utilizando fenolftaleína como indicador, la solución se vuelve transparente cuando se han añadido 15 mL de ácido. Se agrega a continuación naranja de metilo, siendo necesarios 22 mL más del ácido para que se produzca el viraje del nuevo indicador

   a) Escribir las reacciones de neutralización que se producen:

      a_1) Cuando en el medio se añade fenolftaleína

      a_2) Cuando en el medio se añade naranja de metilo

   b) Determinar el porcentaje de carbonato de sodio y de hidrógeno carbonato de sodio en la muestra.
   DATOS:
   Masas molares atómicas (en g/mol)
   C : 12; Na : 23; O : 16; H :1

2. En el estudio de la velocidad de reacción correspondiente a la descomposición del pentaóxido de dinitrógeno, a determinada temperatura, para dar dióxido de nitrógeno y oxígeno se hallaron los siguientes datos experimentales:

Concentración pentaóxido de dinitrógeno ($mol \cdot L^{-1}$)	1	0,5	0,2	0,15
Velocidad de reacción ($mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$) con respecto al pentaóxido	$8{,}4 \cdot 10^{-4}$	$4{,}3 \cdot 10^{-4}$	$1{,}7 \cdot 10^{-4}$	$1{,}25 \cdot 10^{-4}$

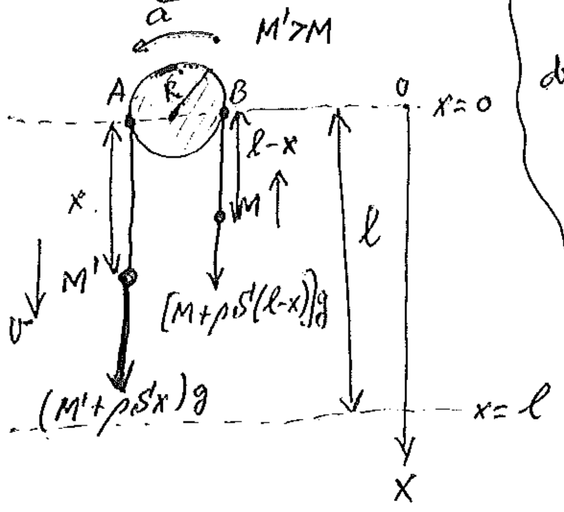
a) Determina el orden de reacción
b) Determina el tiempo de vida media para el pentaóxido de dinitrógeno en este proceso.

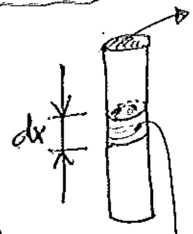
3. Un compuesto A ($C_7H_7NO_2$) reacciona con Br_2 en presencia de luz dando B ($C_7H_6BrNO_2$). A su vez el tratamiento de B con KOH/EtOH proporciona C ($C_7H_7NO_3$). Cuando A se trata con una solución de $KMnO_4$ en medio básico conduce a D, cuya reacción con estaño en medio ácido clorhídrico permite aislar E ($C_7H_7NO_2$). Por otra parte, la reacción de D con cloruro de tionilo proporciona un compuesto F, cuya reacción con hidrógeno en presencia de un catalizador de paladio conduce a la obtención de G ($C_7H_5NO_3$). La oxidación a fondo de C o G, seguida de tratamiento con hidrógeno en presencia de paladio conduce a E.
   Identificar todos los compuestos de A a G, sabiendo que en la reacción de A con Cl_2 en presencia de $AlCl_3$ se obtiene un solo producto clorado.

PROBLEMAS OPOSICIÓN MADRID 2012

FÍSICA

PROBLEMA Nº 1





S': sección transversal del hilo

Suponemos hilo homogéneo $\Rightarrow \rho = cte$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{dm}{dV}$$

$dV = S'dx \quad \therefore \quad dm = \rho S' dx$

$m = \rho V = \rho S'(l + \pi R)$

$V = S' \cdot (l + \pi R)$

longitud total del hilo $= l + \pi R$

longitud de hilo que soporta la polea $= \pi R$

• a) Aplicamos la 2ª Ley de Newton a todo el conjunto: (M+M'+hilo)

$$\sum \vec{F} = (m + M' + M)\vec{a}$$

$$(M' + \rho S' x) g - [M + \rho S'(l - x)] g = (\underbrace{m}_{\rho S'(l+\pi R)} + M' + M) a \quad \therefore$$

$$[M' - M + \rho S'(x - l + x)] g = [M' + M + \rho S'(l + \pi R)] a$$

$$\therefore \quad \boxed{a = \frac{M' - M + \rho S'(2x - l)}{M' + M + \rho S'(l + \pi R)} \cdot g}$$

• b) Para encontrar v resolvemos la ecuación diferencial anterior separando variables:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v} \quad \therefore \quad v \frac{dv}{dx} = \frac{g}{M' + M + \rho S'(l + \pi R)} [M' - M + \rho S'(2x - l)]$$

$$\int_0^v v\, dv = \frac{g}{M' + M + \rho S'(l + \pi R)} \int_0^x [M' - M + \rho S'(2x - l)]\, dx$$

$$\int_0^v v\, dv = \frac{1}{2} v^2$$

$$\int_0^x \left[M' - M + \rho S(2x-\ell)\right] dx = (M'-M)x + \rho S \int_0^x (2x-\ell)\, dx =$$

<u>Cambio de variable</u>:

$2x - \ell = u$

$du = 2\,dx \quad \therefore \quad dx = \frac{1}{2} du$

$$= (M'-M)x + \frac{\rho S}{2}\int_{-\ell}^{2x-\ell} u\, du =$$

$$= (M'-M)x + \frac{\rho S}{4}\left[(2x-\ell)^2 - (-\ell)^2\right] =$$

$$= (M'-M)x + \frac{\rho S}{\cancel{4}}\left(\cancel{4}x^2 - \cancel{4}\ell x + \cancel{\ell^2} - \cancel{\ell^2}\right) = \left[M' - M + \rho S(x-\ell)\right]x \;\therefore$$

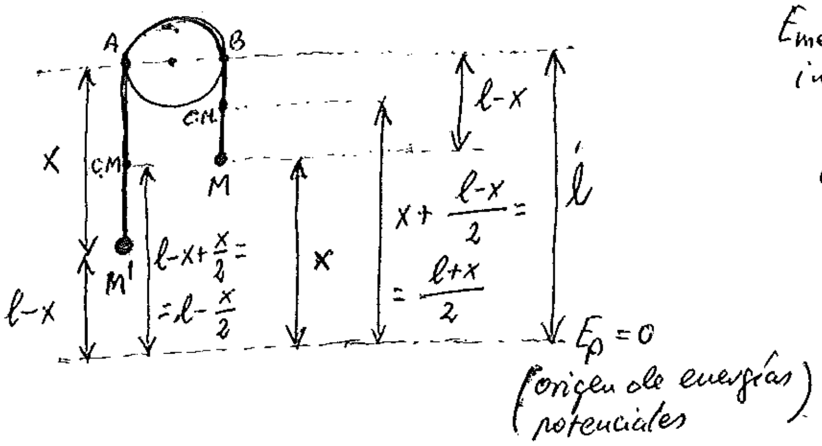
$$\therefore \int_0^x \left[M' - M + \rho S(2x-\ell)\right] dx = \left[M' - M - \rho S(\ell - x)\right]\cdot x$$

Sustituyendo podemos despejar v:

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{g}{M' + M + \rho S(\ell + \pi R)}\left[M' - M - \rho S(\ell - x)\right]\cdot x$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2g\left[M' - M - \rho S(\ell - x)\right]\cdot x}{M' + M + \rho S(\ell + \pi R)}}}$$

(Aplicando el principio de conservación de la energía podemos llegar a la misma expresión para v)



$E_{\text{mecánica inicial}} = E_{\text{mecánica final}}$

$E_{\text{mecánica}} = E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}} =$

$= \frac{1}{2}mv^2 + mgh$

Inicialmente $v = 0$ y M' se encuentra en A mientras que M se encuentra en $E_p = 0$

$$M'g\ell + Mg0 + \rho S \ell g \frac{\ell}{2} = M'g(\ell - x) + Mgx + \rho S(\ell - x)g\frac{\ell + x}{2} + \rho S x g\left(\ell - \frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(M' + M + \rho S(\ell + \pi R)\right]v^2.$$

No hemos tenido en cuenta, para el cálculo de energías potenciales, el tramo de hilo AB que soporta la polea pues aparecerá idéntico en ambos miembros de la ecuación con lo que se cancela.

$$\cancel{M'gl} + \cancel{\rho S g \frac{l^2}{2}} = \cancel{M'gl} - M'gx + Mgx + \cancel{\rho S g \frac{l^2}{2}} - \rho S g \frac{x^2}{2} + \rho S x g l - \rho S g \frac{x^2}{2} +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[M' + M + \rho S(l + \pi R)\right] v^2 \; ; \; \frac{1}{2}\left[M' + M + \rho S(l+\pi R)\right] v^2 = (M'-M)gx - \rho S g x (l-x) \therefore$$

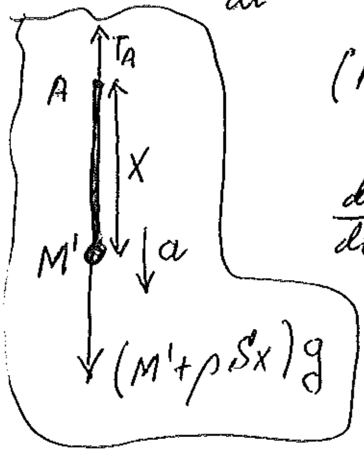
$$\therefore \boxed{v = \sqrt{\frac{2\left[M' - M - \rho S(l-x)\right] g \cdot x}{M' + M + \rho S(l + \pi R)}}}$$

* Con esta expresión, es inmediato el cálculo de v cuando M' llega a la posición más baja, sin más que sustituir x por l:

$$v = \sqrt{\frac{2\left[M' - M - \cancel{\rho S(l-l)}\right] g \cdot l}{M' + M + \rho S(l + \pi R)}} \quad \therefore \quad \boxed{v_{x=l} = \sqrt{\frac{2(M'-M)gl}{M' + M + \rho S(l+\pi R)}}}$$

* Para calcular las tensiones en A y B aplicamos la 2ª ley de Newton a cada tramo de hilo teniendo en cuenta que se trata de un sistema de masa variable (el tramo que cuelga de A aumenta su masa con el tiempo mientras que el que cuelga de B disminuye de masa con el tiempo):

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} = m\vec{a} + \frac{dm}{dt}\vec{v}$$

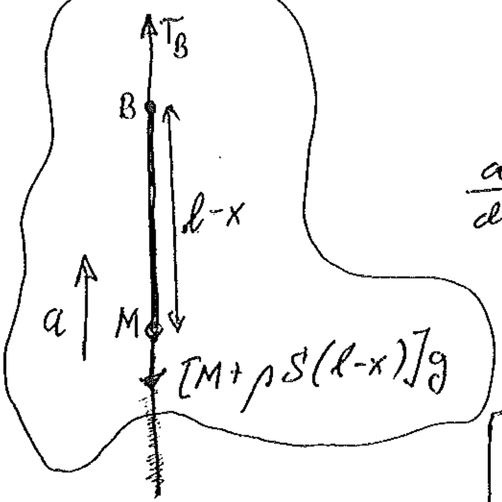


$$(M' + \rho S x) g - T_A = (M' + \rho S x) a + \rho S \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v} v$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\rho S dx}{dt} = \rho S v$$

$$\boxed{T_A = (M' + \rho S x)(g - a) - \rho S v^2}$$

(Donde a y v vienen dadas por las expresiones que ya hemos obtenido.)



$$T_B - [M+\rho S'(l-x)]g = [M+\rho S'(l-x)]a + v\frac{dm}{dt}$$

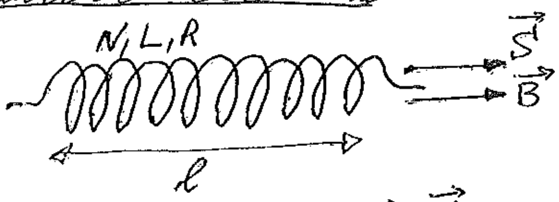
$$\frac{dm}{dt} = -\frac{\rho S' dx}{dt} = -\rho S' v$$

con el signo menos denotamos que este tramo de hilo pierde masa con el tiempo.

$$\boxed{T_B = [M+\rho S'(l-x)](g+a) - \rho S' v^2}$$

(a y v vienen dadas por las expresiones que ya hemos calculado.)

PROBLEMA Nº2



$B = B_0 \cos \omega t$

$\vec{B} \parallel \vec{S} \Rightarrow \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S \underbrace{\cancel{\cos 0^\circ}}_{1} = B\cdot S$

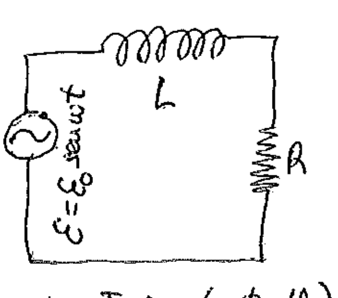
a) $\Phi_{externo} = N\vec{B}\cdot\vec{S} = N B_0 S \cos \omega t$ ∴ Ley de Faraday-Lenz:

fem inducida $\longrightarrow$ $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_{externo}}{dt}$ ∴

$$\therefore \varepsilon = -\frac{d}{dt}(N B_0 S \cos \omega t) = N B_0 S \omega \operatorname{sen} \omega t = \varepsilon_0 \operatorname{sen} \omega t$$

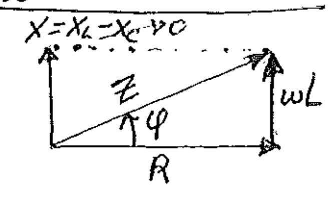
$$\varepsilon_0 = N B_0 S \omega$$

Obviamente no se induce corriente alguna mientras el circuito esté abierto, solamente se inducirá una fuerza electromotriz entre los extremos de la bobina. Supongamos que cerramos el circuito uniendo los extremos de la bobina con un hilo conductor ideal. Puesto que la f.e.m es sinusoidal la situación es análoga a un circuito de corriente alterna tipo RL. Puesto que ω es suficientemente baja como para considerar las corrientes lentamente variables, podemos utilizar la ley de Ohm para corriente alterna en vez de las complicadas ecuaciones de Maxwell:



$I = I_0 \operatorname{sen}(\omega t - \varphi)$

TRIÁNGULO DE IMPEDANCIAS (Fresnel)



X = reactancia $\begin{cases} X_L = \text{reactancia inductiva} = \omega L \\ X_C = \text{reactancia capacitiva} = \dfrac{1}{\omega C} = 0 \end{cases}$

Z = impedancia

$\varphi = \text{arc tg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$; $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$; Ley de Ohm : $I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{Z}$

$$I_0 = \frac{N B_0 S \omega}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \therefore \boxed{I = \frac{N B_0 S \omega}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \text{sen}\left[\omega t - \text{arc tg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right]}$$

$\Phi_{TOTAL} = \Phi_{EXTERNO} + \Phi_{PROPIO}$. A continuación utilizamos el Teorema de Ampère para calcular el flujo propio en la bobina debido a I: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I_c \Rightarrow B l = \mu N I \therefore B = \mu \frac{N}{l} I$

μ = permeabilidad magnética del medio

$$\Phi_{PROPIO} = N \vec{B} \cdot \vec{S} = \mu \frac{N^2 S}{l} I \cdot \underbrace{\cos 0^\circ}_{1} = \mu \frac{N^2 S}{l} \cdot \frac{N B_0 S \omega}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \text{sen}\left[\omega t - \text{arc tg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right] =$$

$$= \frac{N^3 S^2 \mu \omega B_0}{l \sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \text{sen}\left[\omega t - \text{arc tg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right]$$

Sumando la contribución externa y la propia calculamos el flujo total: $\Phi_{TOTAL} = N B_0 S \cos\omega t + \frac{N^3 S^2 \mu \omega B_0}{l\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \text{sen}\left[\omega t - \text{arc tg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right]$

$$\boxed{\Phi_{TOTAL} = N B_0 S \left\{ \cos\omega t + \frac{N^2 S \mu \omega}{l\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \text{sen}\left[\omega t - \text{arc tg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right]\right\}}$$

b) Si $R \lll L\omega$:

$* \; R^2 + (\omega L)^2 \simeq (\omega L)^2 \Rightarrow \sqrt{R^2+(\omega L)^2} \simeq \sqrt{(\omega L)^2} = \omega L$

$* \; \frac{\omega L}{R} \to \infty \Rightarrow \text{arc tg}\,\infty = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$ rad

Sustituyendo : $I \simeq \frac{N B_0 S \cancel{\omega}}{\cancel{\omega} L} \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{N B_0 S}{L} \cdot \text{sen}\left[-\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right)\right] =$

$= \frac{N B_0 S}{L}\left[-\text{sen}\left(\pi/2 - \omega t\right)\right] \therefore \Rightarrow \boxed{I = -\frac{N B_0 S}{L}\cos\omega t}$

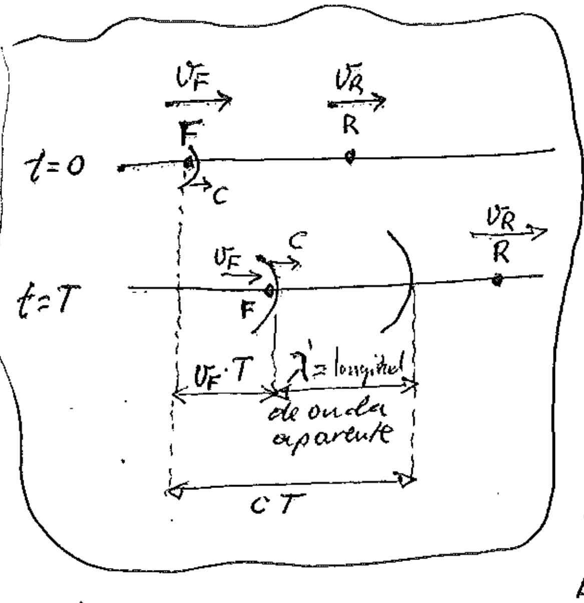
$$\Phi_{TOTAL} = N \cdot S' \cdot B_0 \left[\cos \omega t + \frac{N^2 S' \mu \cancel{\psi}}{l \cancel{\psi} L} \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right] =$$

$$= N \cdot S' B_0 \left\{ \cos \omega t + \frac{N^2 S' \mu}{l L} \operatorname{sen} \left[- \left(\frac{\pi}{2} - \omega t \right) \right] \right\} =$$

$$= N \cdot S \cdot B_0 \left[\cos \omega t - \frac{N^2 S' \mu}{l L} \underbrace{\operatorname{sen} \left(\pi/2 - \omega t \right)}_{\cos \omega t} \right]$$

$$\boxed{\Phi_{TOTAL} = N \cdot S \cdot B_0 \left(1 - \frac{N^2 S' \mu}{l \cdot L} \right) \cdot \cos \omega t}$$

PROBLEMA Nº 3



EFECTO DOPPLER CLÁSICO ($v \lll c$)

$$\lambda' = cT - v_F T = (c - v_F) T$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{velocidad de la} \\ \text{onda respecto al} \\ \text{receptor} \end{array} \right) = v_{OR} = c - v_R$$

c: velocidad de la onda

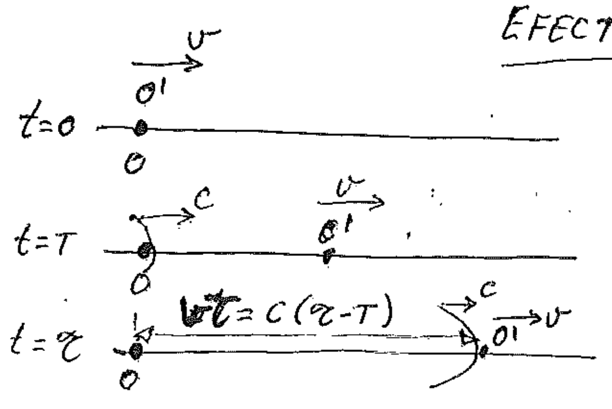
v_R: velocidad del receptor

$$\left. \begin{array}{l} v_{OR} = \dfrac{\lambda'}{T'} \quad \therefore \quad (c - v_R) = \dfrac{(c - v_F) T}{T'} \\ \nu = \dfrac{1}{T} = \text{frecuencia emitida por F} \\ \nu' = \dfrac{1}{T'} = \text{frecuencia recibida por R} \end{array} \right\} \therefore$$

$$\therefore \quad \boxed{\nu' = \frac{c - v_R}{c - v_F} \nu = \frac{1 - \frac{v_R}{c}}{1 - \frac{v_F}{c}} \nu}$$

Si F y/o R se mueven en sentidos contrarios a los indicados en la figura cambiamos de signo la velocidad que corresponda.

EFECTO DOPPLER RELATIVISTA ($v \simeq c$)



v = velocidad relativa a la que se separan O y O'

Suponemos O fijo aunque no se puede determinar si es O, O' o los dos observadores los que están en movimiento.

c = velocidad de la onda.

$t = \tau + (\tau - T) = 2\tau - T$

$v\tau = c\tau - cT$

$\tau = \dfrac{c}{c-v}\,T$

El reloj de O, después de la ida+vuelta de la onda, marca:

$$t_{\text{ida-vuelta}} = 2\tau - T = \frac{2c}{c-v}T - T = \frac{2c-c+v}{c-v}T = \frac{c+v}{c-v}T$$

Supongamos que O emite pulsos regularmente cada T segundos, siendo T el período $\Rightarrow$ O $\Rightarrow 0, T, 2T, 3T, \dots$

Supongamos que O' refleja los pulsos emitidos por O. Puesto que O' se mueve a v los reflejará un tiempo después, cada kT segundos donde k es función de $v \Rightarrow k = k(v)$. Cuanto mayor sea v más tarde reflejará los pulsos $(kT) \Rightarrow$ O' $\Rightarrow 0, kT, 2kT, 3kT, \dots$

Según lo dicho, O recibirá los pulsos cada $k\cdot(kT) = k^2T$ segundos.

O recibe $\Rightarrow 0, k^2T, 2k^2T, 3k^2T, \dots$

Por tanto $t_{\text{ida-vuelta}} = k^2T \therefore k^2\cancel{T} = \dfrac{c+v}{c-v}\cancel{T} \therefore k = \left(\dfrac{c+v}{c-v}\right)^{1/2}$

(esta manera de razonar se denomina cálculo k de Bondi)

T', el período recibido por O' será: $T' = kT \therefore T' = \left(\dfrac{c+v}{c-v}\right)^{1/2} T \therefore$

$\therefore \dfrac{1}{T'} = \left(\dfrac{c-v}{c+v}\right)^{1/2}\dfrac{1}{T} \therefore \boxed{\nu' = \left(\dfrac{c-v}{c+v}\right)^{1/2}\nu}$ Si O y O' se acercan en vez de separarse, al cambiar el sentido, en la fórmula anterior hemos de sustituir el signo "−" por "+" y a la inversa, el "+" por el "−" $\left(\nu' = \left(\dfrac{c+v}{c-v}\right)^{1/2}\nu\right)$

Ahora aplicamos las fórmulas de efecto Doppler deducidas a nuestro caso particular del problema nº 3.

Puesto que la frecuencia angular $\omega = 2\pi\nu$, las fórmulas anteriores son válidas si en vez de usar frecuencia ν, utilizamos la frecuencia angular ω.

• a) * $\boxed{v \ll c \Rightarrow \text{DOPPLER CLÁSICO}}$:

1º) ω_0, F ~~fuente~~ $v_F = 0$ (fijo)
ω_M, M receptor $v_R = v$ (se aleja)

$$\omega_M = \frac{c-v}{c-0}\,\omega_0 = \frac{c-v}{c}\,\omega_0$$

2º) ω_M, M se aleja ~~fuente~~ $v_F = -v$
ω, E receptor fijo $v_R = 0$

$$\omega = \frac{c-0}{c-(-v)}\,\omega_M = \frac{\cancel{c}}{c+v}\cdot\frac{c-v}{\cancel{c}}\,\omega_0$$

$$\therefore \boxed{\omega = \frac{c-v}{c+v}\,\omega_0}$$

* $\boxed{v \simeq c \Rightarrow \text{DOPPLER RELATIVISTA}}$

1º) F y M se alejan a v relativa

$$\therefore \omega_M = \left(\frac{c-v}{c+v}\right)^{1/2}\omega_0$$

2º) M y E se alejan a v relativa

$$\therefore \omega = \left(\frac{c-v}{c+v}\right)^{1/2}\omega_M = \left(\frac{c-v}{c+v}\right)^{1/2}\left(\frac{c-v}{c+v}\right)^{1/2}\omega_0 \quad \therefore$$

$$\therefore \boxed{\omega = \frac{c-v}{c+v}\,\omega_0}$$

¡El resultado clásico y relativista coincide!

• b)

* $\boxed{v \ll c \Rightarrow \text{DOPPLER CLÁSICO}}$

1º) ω_0, F fuente $v_F = -v$ (se aleja)
ω_M, M receptor $v_R = 0$ (fijo)

$$\omega_M = \frac{c-0}{c-(-v)}\,\omega_0 = \frac{c}{c+v}\,\omega_0$$

2º) ω_M, M fuente (fijo) $v_F = 0$
ω, E receptor (fijo) $v_R = 0$

$$\omega = \frac{c-0}{c-0}\,\omega_M = \omega_M$$

$$\therefore \boxed{\omega = \frac{c}{c+v}\,\omega_0}$$

* $\boxed{v \simeq c \Rightarrow \text{DOPPLER RELATIVISTA}}$

1º) F y M se alejan a v relativa $\Big\} \therefore \ \omega_M = \left(\dfrac{c-v}{c+v}\right)^{1/2} \omega_0$

2º) M y E en reposo relativo $\Big\} \therefore \ \omega = \omega_M$

$$\therefore \ \boxed{\omega = \left(\frac{c-v}{c+v}\right)^{1/2} \omega_0}$$

• c) * $\boxed{v \ll c \Rightarrow \text{DOPPLER CLÁSICO}}$

1º)
ω_0, F fuente fija $v_F = 0$
ω_M, M receptor fijo $v_M = 0$ $\Big\} \therefore \ \omega_M = \dfrac{c-0}{c-0}\,\omega_0 = \omega_0$

2º)
ω_M, M fuente fija $v_M = 0$
ω, E receptor se aleja $v_R = v$ $\Big\} \ \omega = \dfrac{c-v}{c-0}\,\omega_M = \dfrac{c-v}{c}\,\omega_M$

$$\therefore \ \boxed{\omega = \frac{c-v}{c}\,\omega_0}$$

* $\boxed{v \ll c \Rightarrow \text{DOPPLER RELATIVISTA}}$

1º) F y M en reposo relativo $\Big\} \therefore \ \omega_M = \omega_0$

2º) F y M se alejan $\Big\} \therefore \ \omega = \left(\dfrac{c-v}{c+v}\right)^{1/2} \omega_M$

$$\therefore \ \boxed{\omega = \left(\frac{c-v}{c+v}\right)^{1/2} \omega_0}$$

Este resultado es similar al caso relativista b) como era de esperar pues el movimiento absoluto es indetectable y no podemos determinar si es F o es E el que se aleja (o son ambos los que se alejan entre sí con movimiento relativo).

PROBLEMAS OPOSICIÓN MADRID 2012
QUÍMICA

PROBLEMA Nº1

· a)

a_1) Con fenolftaleína:

$$\boxed{Na_2CO_{3(aq)} + HCl_{(aq)} \longrightarrow NaHCO_{3(aq)} + NaCl_{(aq)}}$$

a_2) Con naranja de metilo:

$$\boxed{NaHCO_{3(aq)} + HCl_{(aq)} \longrightarrow CO_{2(g)} + H_2O_{(l)} + NaCl_{(aq)}}$$

· b) Masas molares: $Na_2CO_3 = 2\cdot 23 + 12 + 3\cdot 16 = 106\ g/mol$

$NaHCO_3 = 23 + 1 + 12 + 3\cdot 16 = 84\ g/mol$

moles Na_2CO_3 mezcla = moles HCl reaccionan (con ftna.) $= 0'015\ \cancel{L}\cdot 0'500\ \frac{moles}{\cancel{L}} = 0'0075$ moles

masa Na_2CO_3 en la mezcla $= 0'0075\ \cancel{moles}\cdot 106\ g/\cancel{mol} = \underline{0'795\ g}$

moles $NaHCO_3$ que reaccionan = moles HCl reaccionan (con N.M.) $= 0'022\ \cancel{L}\cdot 0'500\ \frac{moles}{\cancel{L}} = 0'011$ moles

moles $NaHCO_3$ formados (con ftna.) $= 0'0075$ moles

moles $NaHCO_3$ en la mezcla = moles $NaHCO_3$ totales (reaccionados con N.M) − moles $NaHCO_3$ formados (con ftna.) =

$= 0'011$ moles $- 0'0075$ moles $= 0'0035$ moles

masa $NaHCO_3$ en la mezcla $= 0'0035\ \cancel{moles}\cdot 84\ g/\cancel{mol} = \underline{0'294\ g}$

impurezas $= 1'2\ g - 0'795\ g - 0'294\ g = \underline{0'111\ g}$

$\%\ Na_2CO_3 = \frac{0'795\ \cancel{g}}{1'2\ \cancel{g}}\cdot 100 \Rightarrow$ 66'25% Na_2CO_3

$\%\ NaHCO_3 = \frac{0'294\ \cancel{g}}{1'2\ \cancel{g}}\cdot 100 \Rightarrow$ 24'50% $NaHCO_3$

% impurezas $= \frac{0'111\ \cancel{g}}{1'2\ \cancel{g}}\cdot 100 \Rightarrow$ 9'25% impurezas

100'00

⇐ composición de la mezcla.

PROBLEMA Nº 2 a) $2\,N_2O_{5(g)} \rightleftharpoons 4\,NO_{2(g)} + O_{2(g)}$

$$(\text{velocidad de reacción}) = -\frac{1}{2}\frac{d[N_2O_5]}{dt} = \frac{1}{4}\frac{d[NO_2]}{dt} = \frac{d[O_2]}{dt}$$

$$\left(\begin{array}{l}\text{velocidad de reacción}\\ \text{con respecto al } N_2O_5\end{array}\right) = v = -\frac{dc}{dt}$$; siendo $c = [N_2O_5]$ = concentración molar del N_2O_5

$$v = -\frac{dc}{dt} = k\,c^n \quad \left\{\begin{array}{l} n = \text{orden de reacción}\\ k = \text{constante cinética de la reacción}\end{array}\right.$$

$c\ (mol \cdot L^{-1})$	1	0'5	0'2	0'15
$10^4 \cdot v\ (mol\ L^{-1} s^{-1})$	8'4	4'3	1'7	1'25
$\frac{10^4 \cdot v}{c}\ (s^{-1})$	$\frac{8'4}{1} = 8'4$	$\frac{4'3}{0'5} = 8'6$	$\frac{1'7}{0'2} = 8'5$	$\frac{1'25}{0'15} = 8'\widehat{3}$

Los datos indican que v y c son directamente proporcionales y por lo tanto $\boxed{n = 1}$ ⇒ $\boxed{\text{REACCIÓN DE PRIMER ORDEN}}$

b) Tomamos un valor medio para k:

$$k = \frac{8'4 + 8'6 + 8'5 + 8'\widehat{3}}{4} \cdot 10^{-4}\ s^{-1} = 8'458\widehat{3} \cdot 10^{-4}\ s^{-1}$$

$v = -\frac{dc}{dt} = k\,c$. Para calcular el tiempo de vida media, $t_{1/2}$, separamos variables e integramos entre $t = 0$ donde $c = c_0$ = concentración inicial y $t = t_{1/2}$ con $c = c_0/2$:

$$\int_{c_0}^{c_0/2} \frac{dc}{c} = -k\int_0^{t_{1/2}} dt \Rightarrow \ln\frac{c_0/2}{c_0} = -k\,t_{1/2} \therefore \ln\frac{1}{2} = -\ln 2 = -k\,t_{1/2} \therefore$$

$$\therefore t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{\ln 2}{8'458\widehat{3} \cdot 10^{-4}\ s^{-1}} \therefore \boxed{t_{1/2} = 819'5\ s = 13'7\ \text{minutos}}$$

: 60 s/min

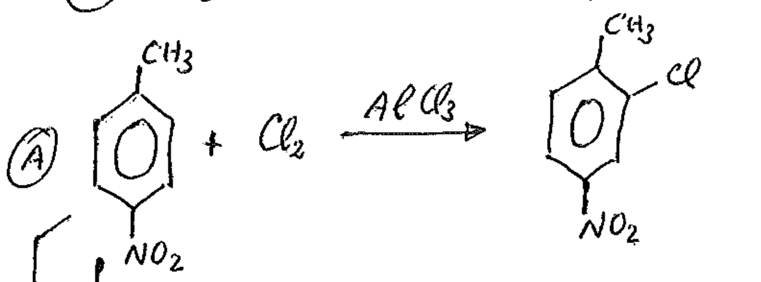
PROBLEMA Nº3

$$Ⓐ\ C_7H_7NO_2 \xrightarrow[h\nu]{Br_2} Ⓑ\ C_7H_6BrNO_2 \xrightarrow{KOH/EtOH} Ⓒ\ C_7H_7NO_3$$

$$Ⓐ \xrightarrow{KMnO_4/OH^-} Ⓓ \xrightarrow{Sn/HCl_{(ac)}} Ⓔ\ C_7H_7NO_2 \xleftarrow[2^o)\ H_2/Pd]{1^o)\ [Ox]} Ⓒ$$

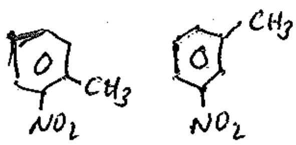
$$Ⓓ \xrightarrow{O=S\,Cl_2} Ⓕ \xrightarrow{H_2/Pd} Ⓖ\ C_7H_5NO_3 \longleftarrow Ⓒ$$

$$Ⓐ + Cl_2 \xrightarrow{AlCl_3} \text{un solo producto}$$



($-CH_3$ orienta a orto y para (débil)
$-NO_2$ orienta a meta (fuerte))

(las otras posibilidades



darían varios productos clorados)