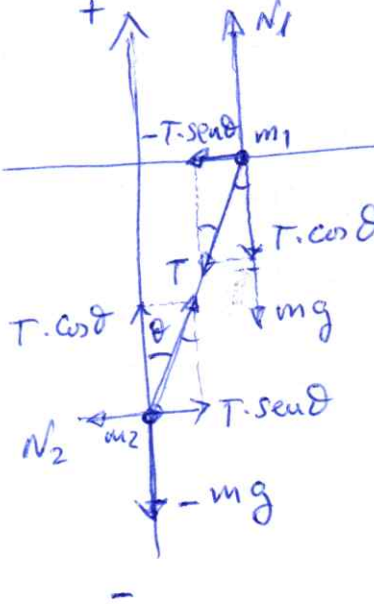
$m_1 = m_2 = m$



* Posición de m_1 : $x = l \cdot \text{sen}\,\theta$ Derivamos dos veces respecto del tiempo para calcular la aceleración de m_1 :

$$v_1 = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = l\,\frac{d\theta}{dt}\cos\theta = l\cdot\dot{\theta}\cos\theta$$

$$a_1 = \frac{dv_1}{dt} = \dot{v}_1 = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = l\left(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\,\text{sen}\,\theta\right)$$

* Posición de m_2 : $y = -l\cdot\cos\theta$ Derivamos dos veces respecto del tiempo para calcular la aceleración de m_2 :

$$v_2 = \frac{dy}{dt} = \dot{y} = +\,l\,\frac{d\theta}{dt}\,\text{sen}\,\theta = l\,\dot{\theta}\,\text{sen}\,\theta$$

$$a_2 = \frac{dv_2}{dt} = \dot{v}_2 = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} = l\left(\ddot{\theta}\,\text{sen}\,\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)$$

* Aplicamos 2ª Ley de Sir Isaac Newton utilizando las expresiones de la aceleración calculadas:

$m_1 \Rightarrow -T\cdot\text{sen}\,\theta = m_1\cdot a_1 \therefore -T\cdot\text{sen}\,\theta = m\,l\left(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\,\text{sen}\,\theta\right)$

$m_2 \Rightarrow -mg + T\cdot\cos\theta = m_2 a_2 \therefore -mg + T\cdot\cos\theta = m\,l\left(\ddot{\theta}\,\text{sen}\,\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)$

· Para eliminar la tensión, T, multiplicamos la 1ª ecuación de Newton por $\left(\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}\right)$ y la sumamos a la 2ª ecuación:

$$-T\,\text{sen}\,\theta = m\,l\left(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\,\text{sen}\,\theta\right) \xrightarrow{\times\left(\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}\right)} -T\cos\theta = m\,l\cdot\left(\ddot{\theta}\frac{\cos^2\theta}{\text{sen}\,\theta} - \cancel{\dot{\theta}^2\cos\theta}\right)$$

La 2ª ecuación la dejamos igual y sumamos miembro a miembro : $-mg + \cancel{T\cos\theta} = m\,l\cdot\left(\ddot{\theta}\,\text{sen}\,\theta + \cancel{\dot{\theta}^2\cos\theta}\right)$

$$-\cancel{m}g = \cancel{m}\,l\left(\ddot{\theta}\frac{\cos^2\theta}{\text{sen}\,\theta} + \ddot{\theta}\,\text{sen}\,\theta\right) \therefore$$

$$\therefore -g = \ddot{\theta}\cdot l\left(\frac{\cos^2\theta}{\text{sen}\,\theta} + \text{sen}\,\theta\right) = \ddot{\theta}\cdot l\cdot\frac{\overbrace{\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta}^{1}}{\text{sen}\,\theta} = \frac{\ddot{\theta}\cdot l}{\text{sen}\,\theta} \therefore$$

$\therefore$ · a) $\boxed{\text{ecuación del movimiento}\quad \ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\cdot\text{sen}\,\theta}$

* Para calcular la tensión en la cuerda aplicamos el PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA, tomando el eje x como origen de energías potenciales gravitatorias, el balance energético queda:

$$E_{\substack{\text{mecánica}\\ \text{inicial}}} = 0 = E_{\substack{\text{mecánica}\\ \text{final}}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - m_2 g h \therefore$$

m_1 y m_2 parten del eje X y inicialmente en reposo.

$$\therefore \frac{1}{2} \cancel{m} (v_1^2 + v_2^2) - \cancel{m} g\, l \cos\theta = 0$$

$$\frac{1}{2} (l^2 \dot\theta^2 \cos^2\theta + l^2 \dot\theta^2 \operatorname{sen}^2\theta) - g\, l \cos\theta = 0 \therefore$$

$$\therefore \frac{1}{2} l^{\cancel{2}} \dot\theta^2 \underbrace{(\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta)}_{1} - g \cancel{l} \cos\theta = 0 \therefore l \dot\theta^2 = 2 g \cos\theta \therefore$$

$$\therefore \boxed{\dot\theta^2 = \frac{2g}{l} \cos\theta}$$ además tenemos la ec. del movimiento $\therefore$

$$\therefore \boxed{\ddot\theta = -\frac{g}{l} \cdot \operatorname{sen}\theta}$$ $\therefore$ Sustituimos ambas expresiones en la

1ª ecuación de Newton: $-T \operatorname{sen}\theta = m l (\ddot\theta \cos\theta - \dot\theta^2 \operatorname{sen}\theta) \therefore$

$$-T \operatorname{sen}\theta = m \cdot l \left(-\frac{g}{l} \operatorname{sen}\theta \cos\theta - \frac{2g}{l} \cos\theta \operatorname{sen}\theta\right) \therefore$$

• b)

$$\therefore + T \cancel{\operatorname{sen}\theta} = m \cdot \cancel{l} \left(+ \frac{3g}{\cancel{l}} \cancel{\operatorname{sen}\theta} \cos\theta\right) \therefore \boxed{T = 3 m g \cos\theta}$$

• c)

* Balance de fuerzas verticales a m_1: $N_1 = mg + T\cos\theta = mg + 3mg\cos^2\theta$

$$\therefore \boxed{N_1 = mg\,(1 + 3\cos^2\theta)}$$

* Balance de fuerzas horizontales a m_2: $N_2 = T \cdot \operatorname{sen}\theta$

$$\therefore \boxed{N_2 = 3 m g \operatorname{sen}\theta \cos\theta}$$

¡FALTA DATO: el valor $\underline{\underline{m}}$ de las masas!